Département de physique

**Caractérisation d'un diapason par TF de sa réponse impulsionnelle.
Problème du paramétrage de la FFT**

• Travail expérimental et rédaction du document : Jean-Baptiste Desmoulins (P.R.A.G.)
mail : desmouli@physique.ens-cachan.fr

Dans cette fiche, l'expérience réalisée est la récupération des caractéristiques d'un diapason (fréquence centrale et facteur de qualité) par transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle. Ce document insiste plus particulièrement sur l'estimation du nombre de points qu'il faudra acquérir pour obtenir un résultat convenable, ainsi que sur la durée d'analyse à utiliser suivant le facteur de qualité.

I. Calculs préliminaires et choix de l'oscilloscope à utiliser.

I.1. Relations importante dans l'analyse FFT :

On fait l'acquisition d'un signal pendant une durée T_o, à la fréquence d'échantillonnage F_e ce qui nous permet de récupérer N points. Avec l'oscilloscope, N est imposé (il varie néanmoins avec la base de temps si on interroge toute la profondeur mémoire de l'appareil sur les appareils dont la profondeur est de quelques centaines de milliers de points). On règle T_o ce qui fixe implicitement F_e. On a évidemment

$$N=T_o.F_e$$

La transformée de Fourier est calculée sur N/2 points sur une plage de calcul allant de 0 à $F_e/2$. Le pas de calcul en fréquence est donc $\Delta F=(F_e/2)/(N/2)=F_e/N=1/T_o$ soit

$$\Delta F=1/T_o.$$

I.2. Caractéristiques du diapason et choix des paramètres de la FFT :

Le diapason est un filtre passe bande. On supposera que sa fréquence centrale vaut f_c et que son facteur de qualité vaut Q.

Pour que la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle qui donne la fonction de transfert soit satisfaisante, il faut calculer suffisamment de points dans la bande passante Δf du filtre qui vaut

$$\Delta f=f_c/Q$$

Pour que la transformée de Fourier nous convienne, il faut donc que

$$\Delta F << \Delta f \quad \text{ou encore} \quad 1/T_o << f_c/Q \qquad (1)$$

Par ailleurs, il faut respecter le critère de Shannon, ce qui signifie que le spectre doit être calculé avec

$$F_e/2 > f_c \qquad (2)$$

AN : Supposons que f_c = 440 Hz ; Q = 5000

(2) impose que F_e >2.440Hz =880Hz. On s'imposera F_e > 1000 Hz. Il faudra donc prendre assez de points dans les pseudo-périodes du signal observé.

(1) impose que $1/T_o$ << 440/5000 ce qui signifie qu'il nous faut $1/T_o$ << 1/10 environ. On prendra T_o >> 10s. Cette relation signifie qu'il faudra observer le signal assez longtemps pour pouvoir juger correctement la décroissance de l'amplitude des pseudo-oscillations.

En regroupant les deux inégalités précédentes, on trouve que la FFT sera correcte à condition de disposer d'un nombre N de points tel que

$$N >> 10000 \quad (3)$$

Il faut donc disposer d'un oscilloscope avec une profondeur mémoire supérieur à ce que les appareils d'entrée de gamme fournissent (1000 points pour un HP54600 standart, 2500 pour un TDS210, …).

Au département, nous disposons d'oscilloscopes DSO5012A (jusqu'à 1Mpts sur une voie) ou DSO6012A (avec l'extension 8M soit jusqu'à 8 Mpts sur une voie). C'est l'un de ces appareils qu'il faudra prendre. La condition sur le nombre de points sera respectée, mais il reste à respecter à la fois (1) et (2) ce que la vérification de la seule condition (3) ne garantit pas.

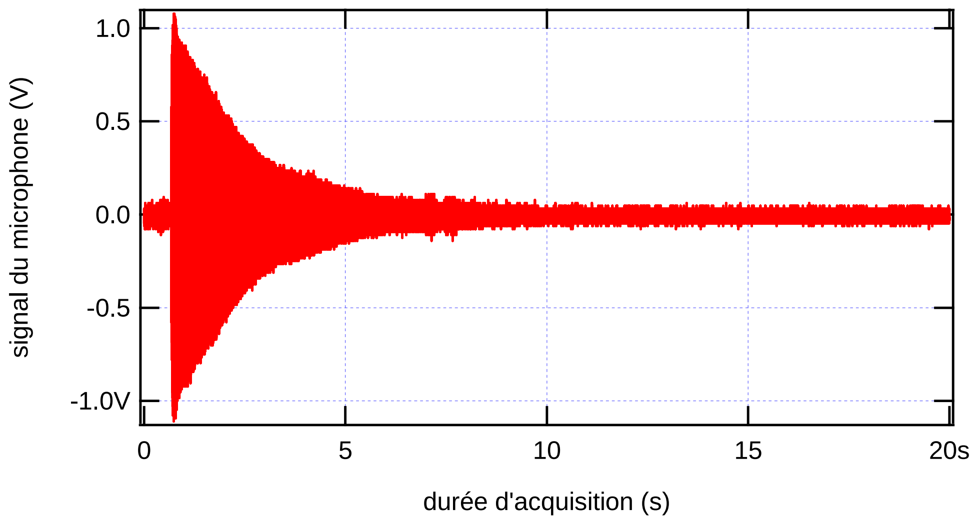
II. Exemples d'acquisitions pour différents facteurs de qualité.

On utilise un oscilloscope DSO5012A avec une seule voie active ce qui permet d'avoir 1Mpts.

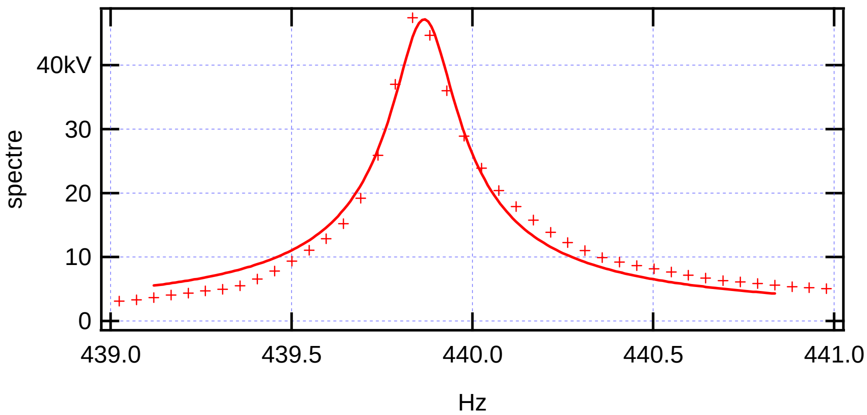
On commence par travailler avec un diapason fixé sur une caisse de résonance ce qui dégrade le facteur de qualité de l'ensemble. Le facteur est alors voisin de quelques milliers. Puis on fixe le diapason sur un support rigide ce qui augmente le facteur de qualité. Il faudra alors observer le signal temporel sur une durée plus longue, afin de conserver un nombre de point suffisant dans la bande passante devenue plus étroite.

II.1. Diapason sur une caisse de résonance.

• On réalise un premier essai avec 1Mpts sur une durée d'observation de 20s. On obtient l'allure temporelle suivante :

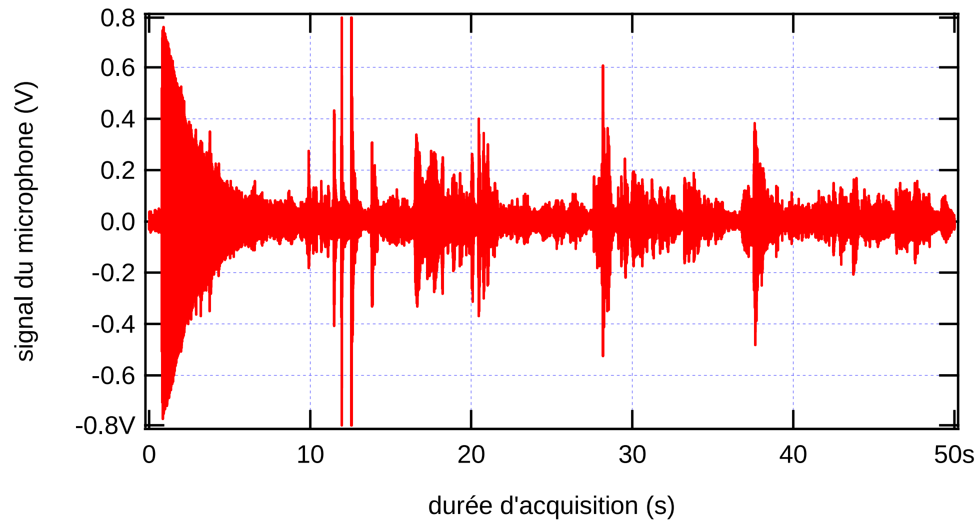


En calculant la FFT de cette acquisition temporelle, on récupère le spectre suivant :

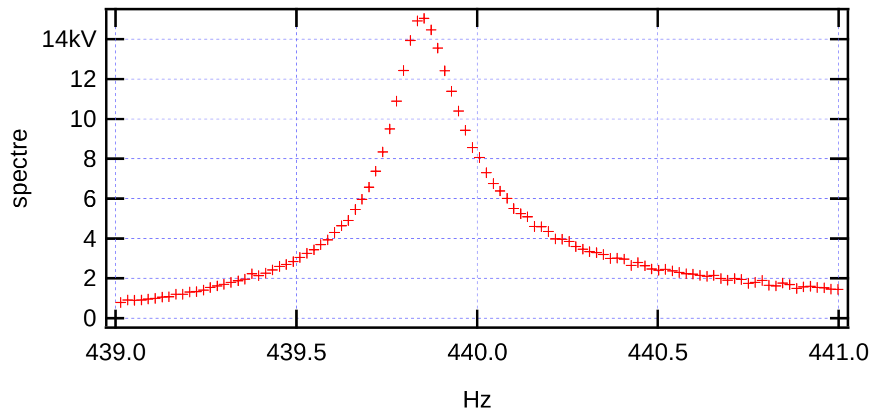


L'ajustement des points expérimentaux par le modèle d'un filtre passe-bande du second ordre n'est pas excellent, mais rend compte correctement de la sélectivité du filtre, au moins en ordre de grandeur.

• On réalise un second essai avec le même nombre de points, cette fois sur une durée de 50s. L'allure temporelle est la suivante :

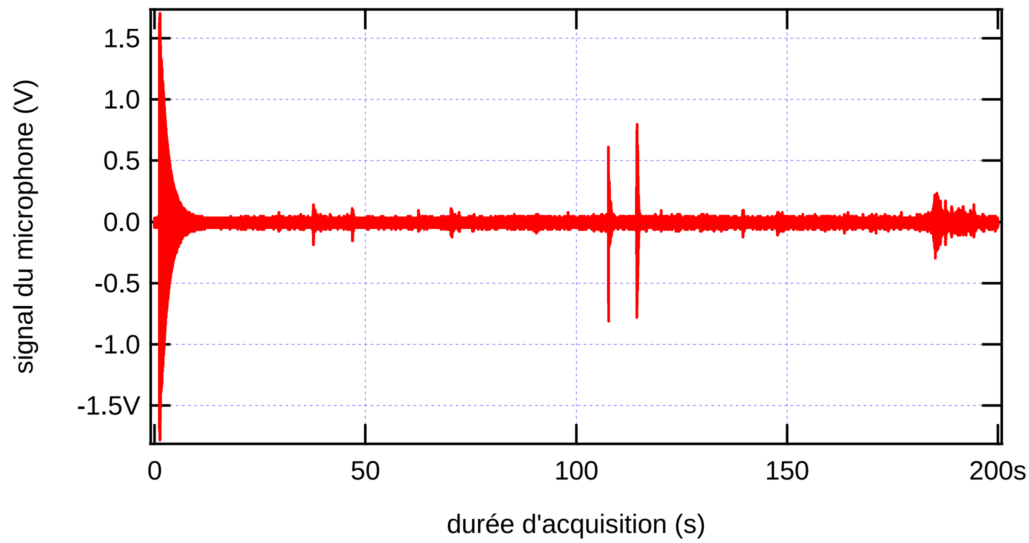


Il semble qu'une porte ait claqué durant l'expérience et que des étudiants aient toussé, mais ce sera sans conséquence sur le résultat final. Les portes ne claquent pas à 440Hz ! Le spectre calculé est alors

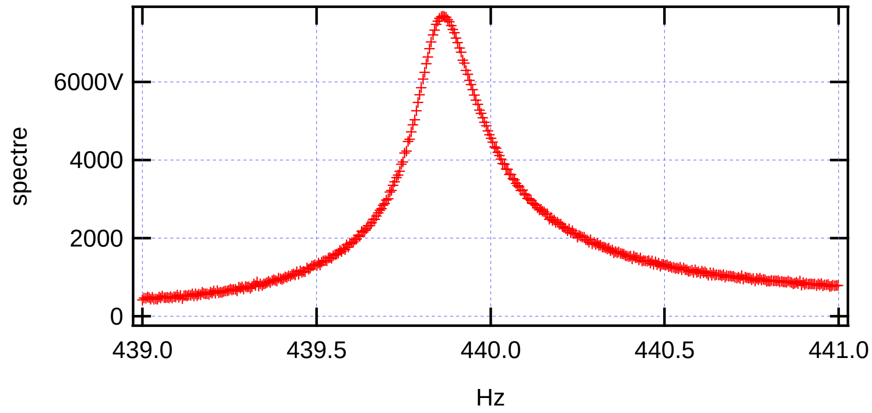


La zone qui nous intéresse est alors décrite par un plus grand nombre de points ce qui permet de repérer plus précisément le maximum.

• On réalise enfin un troisième essai, toujours avec le même nombre de points, cette fois sur une durée de 200s. La réponse temporelle est alors de forme suivante :



Le spectre obtenu présente l'allure suivante :

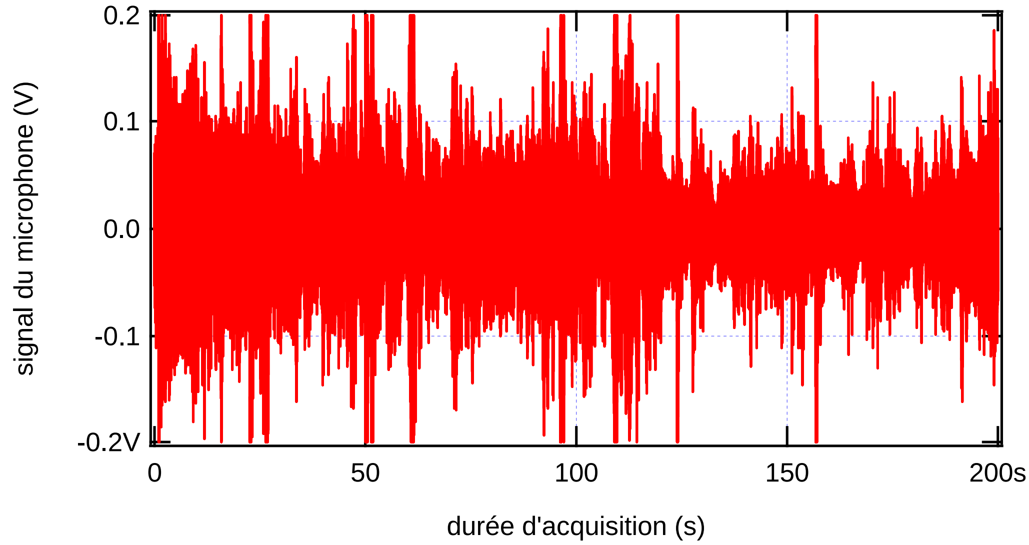


A chaque fois, on parvient à récupérer les paramètres recherchés, mais on a intérêt à augmenter la durée d'analyse pour avoir un pic décrit par un grand nombre de points, ce qui permet d'obtenir plus finement la fréquence centrale et le facteur de qualité. Ici, le nombre de points est très supérieur au minimum requis, ce qui permet d'augmenter T_o sans que la diminution de F_e qui en découle ne pose problème pour respecter le critère de Shannon.

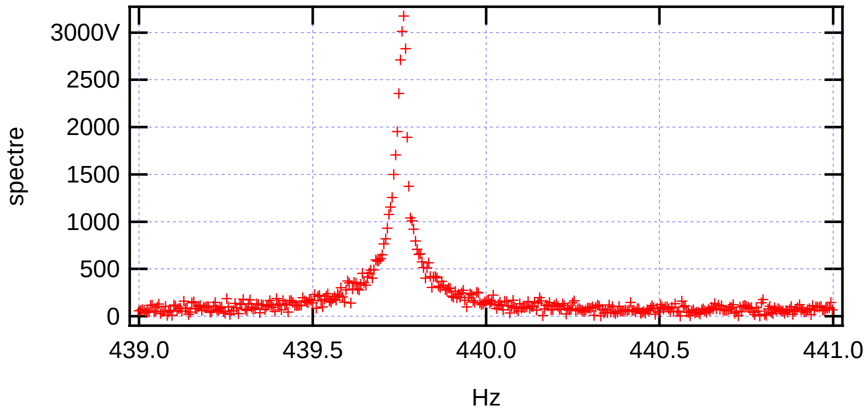
Il faut noter que l'amplitude du maximum diminue lorsque que la durée d'analyse augmente, c'est-à-dire que le pas de calcul diminue.

II.2. Diapason sur support rigide.

Le facteur de qualité va se trouver augmenté. Du coup, l'amplitude des pseudo-oscillations de la réponse impulsionnelle va décroître plus lentement qu'avec la caisse de résonance et son amplitude sera globalement plus faible. Le signal obtenu présente alors la forme suivante :



Le signal est difficile à distinguer du bruit, mais la puissance de ce dernier est distribuée sur une large plage de fréquence, alors que la réponse du diapason est concentrée autour d'une seule fréquence. Par transformée de Fourier, on va pouvoir faire ressortir le signal qui nous intéresse du bruit. Le spectre obtenu présente l'allure suivante :



Version du 03/02/2010