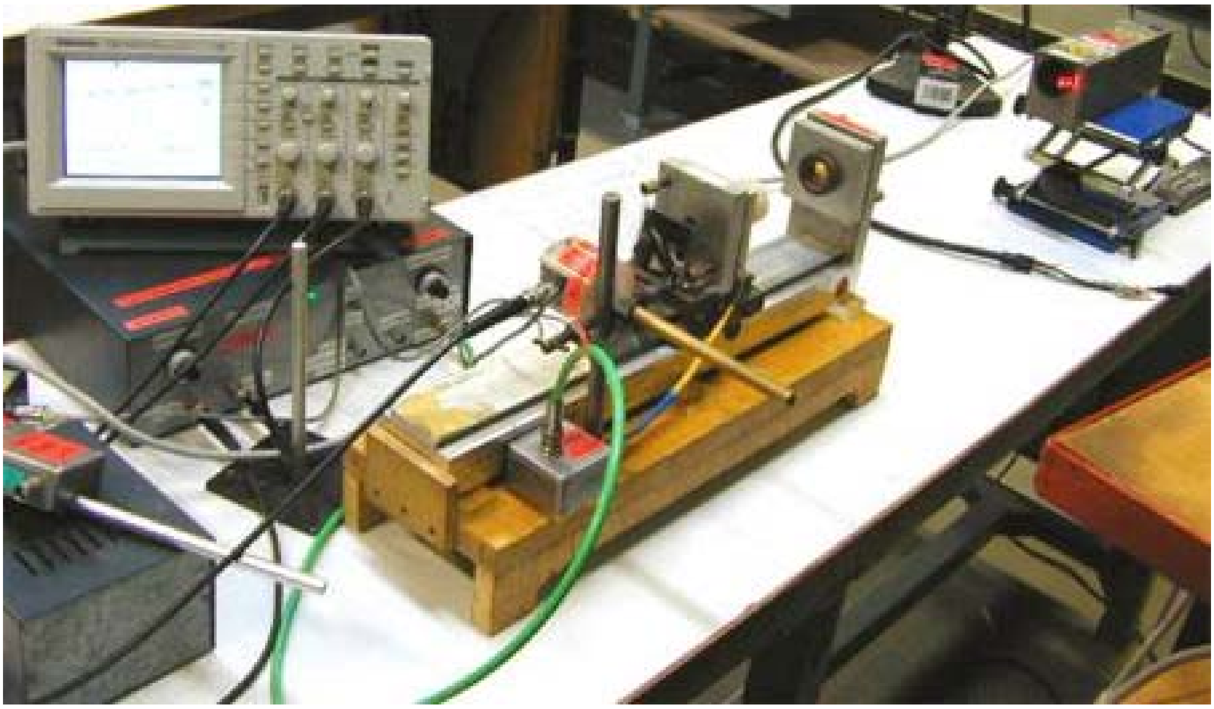
Cavité confocale

Sara Ducci



Montages reliés :

- Lasers
- Oscillateurs
- Résonance

Matériel utilisé :

- Cavité confocale avec céramique piézoélectrique et son alimentation HT
- Laser He-Ne NEC (le signal est stable et il n'y pas beaucoup d'effets thermiques)
- oscilloscope

Remerciements :

Cette fiche a été largement inspirée à une séance de travaux pratiques développé au Centre d'Instrumentation Laser de Jussieu avec Agnès Maître.

Etude des modes longitudinaux d'un laser He-Ne

1. Condition de résonance d'une cavité laser

Une cavité laser est susceptible d'osciller sur plusieurs fréquences, appelées modes longitudinaux.
Quelle que soit la cavité considérée, la condition de résonance est réalisée lorsque le déphasage de l'onde laser est identique à lui-même (modulo 2 π) après un tour complet dans la cavité.

Dans le cas d'une cavité linéaire, la condition de résonance s'écrit :

$$2L=m\lambda$$

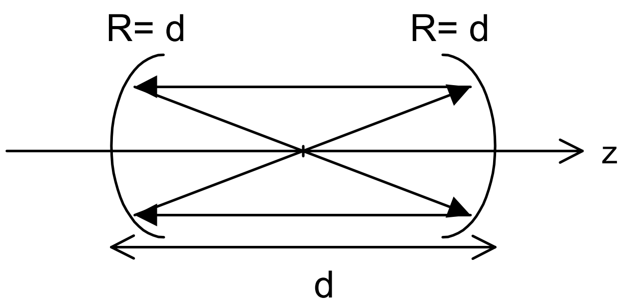
où L est la longueur de la cavité, λ la longueur d'onde et m (l'ordre) un nombre entier.

Il est plus simple de raisonner non pas en longueur d'onde, mais en fréquence car l'ordre m varie linéairement avec cette dernière.
En effet, la fréquence à l'ordre m est : $\nu_m=mc/(2L)$
où c est la vitesse de la lumière.
Pour une cavité de longueur fixe, l'intervalle entre les fréquences de résonance correspondant à deux ordres consécutifs est donc égal à :

$$\Delta\nu_L=\nu_{m+1}-\nu_m=c/2L$$

2. Le Fabry Perot confocal

Il est formé de deux miroirs de rayon de courbure R=d, séparés de la distance d (voir figure ci-dessous). Le centre de la cavité est donc le foyer commun des deux miroirs (d'où le nom de confocal).
Ce type de Fabry Perot présente la propriété particulière suivante : tout rayon parallèle à l'axe se reboucle sur lui-même après un trajet en « 8 » de longueur 4d.
Ce n'est pas le cas des autres cavités Fabry Perot pour lesquelles le faisceau lumineux ne se reboucle sur lui-même que s'il coïncide strictement avec l'axe de la cavité. Le Fabry Perot confocal est donc plus facile à aligner et à utiliser que les autres configurations de cavité.



Cavité confocale.

A résonance, le déphasage de l'onde sur le trajet en « 8 » doit être un multiple de 2π. On obtient donc la condition de résonance suivante :

$$\frac{\omega}{c}\times 4d = 2\pi m \quad \text{ou} \quad \nu = m\frac{c}{4d} \quad \text{m entier} \quad (*)$$

(Ce cas est à distinguer de la condition $2d=m\lambda$ ou $\nu=m(c/2d)$ pour un faisceau se propageant sur l'axe d'une cavité Fabry Perot quelconque de longueur d).

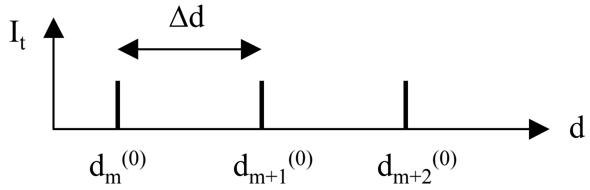
Rappels théoriques

Au cours de la préparation théorique, vous avez établi un certain nombre de résultats sur l'intensité du faisceau transmis par un Fabry-Pérot confocal éclairé sous incidence normale.

- Lorsque le Fabry-Pérot confocal a une longueur fixe d_0, toute onde monochromatique de fréquence $\nu^{(m)}$ telle que $\nu^{(m)} = \frac{mc}{4d_0}$ où m est un entier, résonne dans la cavité.

  $\frac{c}{4d_0}$ est appelé intervalle spectral libre (ISL) du Fabry-Pérot confocal.
- Lorsque la longueur d de la cavité varie et que l'onde incidente est monochromatique de fréquence ν_0, on observe des résonances pour certaines longueurs de cavités $d_m^{(0)}$ telles que $d_m^{(0)} = m\frac{c}{4\nu^{(0)}} = m\lambda^{(0)}$ où m est un entier. $d_m^{(0)}$ est très proche de d_0.

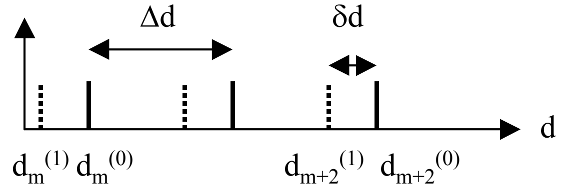
Le graphe de l'intensité transmise a l'allure suivante. Δd est la variation de longueur permettant d'observer deux résonances successives du même mode.



Transmission d'un Fabry Perot confocal éclairé par une onde monochromatique

- Lorsque la longueur d de la cavité varie et que le faisceau incident est constitué de deux ondes monochromatiques de fréquences ν_0 et ν_1, on observe des résonances pour les longueurs de cavités $d_m^{(0)}$ et $d_m^{(1)}$ telles que $d_m^{(1)} = m\frac{c}{4\nu^{(1)}} = m\lambda^{(1)}$.

Le graphe de l'intensité transmise a l'allure suivante. δd est la variation de longueur permettant d'observer deux résonances successives.



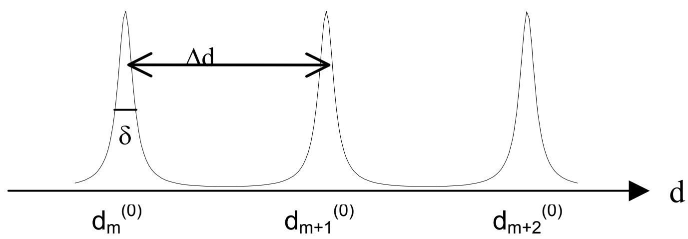
Transmission d'un Fabry-Perot confocal éclairé par une onde bichromatique

On montre que si $0<\nu_1 - \nu_0<$ISL,

$$\boxed{\frac{\delta d}{\Delta d} = \frac{\nu_1 - \nu_0}{\mathrm{ISL}}}$$

Le Fabry Perot confocal permet donc de déterminer le contenu spectral d'une source lumineuse dont la largeur totale est inférieure à c/4d. Il permet en particulier de voir si un laser est monomode ou multimode, d'où le terme « analyseur de modes » (AM).

- En réalité, on n'observe pas des pics infiniment fins : ils ont une largeur à mi hauteur δ appelée fonction d'appareil.



Fonction d'appareil du Fabry Perot.

On définit la finesse de la cavité de longueur d par F=Δd/δ. Elle limite la résolution spectrale du Fabry-Perot.

Calculer l'intervalle spectral libre et l'écart en fréquence minimum $\Delta\nu_d$ que peut mesurer le Fabry-Perot confocal dont vous disposez.

3. Modes gaussiens

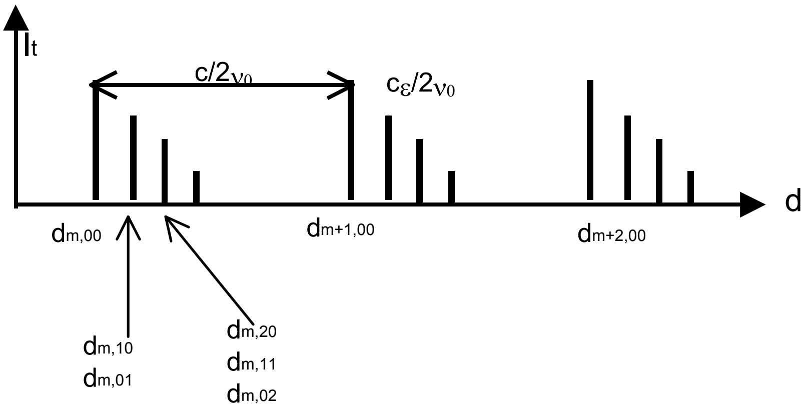
La description du paragraphe précédent est un peu simplifiée car elle ne tient pas compte de la structure transverse des modes.
A partir de maintenant, on ne se limite plus au cas d'un mode TEM_{00}, c'est-à-dire dont la projection dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation z est pratiquement un disque. On s'intéresse aux modes TEM_{mpq} où m est l'indice correspondant à l'ordre du mode longitudinal, (p+1) le nombre de maxima lumineux dans la direction x et (q+1) le nombre de maxima lumineux dans la direction y.
On ne se limite plus au cas du Fabry-Perot confocal :
On considère une cavité linéaire quelconque de longueur d mais qui ne peut varier que quelques longueurs d'ondes au plus autour d'une longueur moyenne d_0. Cette cavité comporte deux miroirs de rayons de courbure R_1 et R_2. On montre que pour cette cavité il existe un mode TEM_{00} particulier, défini par la taille w_0 et la position de son col, qui se superpose identique à lui même après un aller-retour dans la cavité. Ce mode TEM_{00}, appelé aussi mode propre de la cavité, définit une base de modes TEM_{pq} qui constitue ainsi la base propre de la cavité.
On considère de plus une onde, de fréquence ν_0, et dont la structure transverse correspond à celle d'un mode propre TEM_{pq} de la cavité. Elle est envoyée sous incidence normale sur cette cavité linéaire quelconque de longueur d. On observe la résonance lorsque la fréquence de l'onde ν_0 vérifie la relation suivante :

$$\nu_0 = \frac{c}{2d}\left[m - (p+q+1)\times\frac{1}{\pi}\times\left(Arctg\left(\frac{z_2}{z_R}\right) - Arctg\left(\frac{z_1}{z_R}\right)\right)\right] = \frac{c}{2d}\left[m - (p+q+1)\times\varepsilon\right]$$

où, z_1 et z_2 sont les coordonnées des miroirs par rapport au col du faisceau selon la direction de propagation et z_R la longueur de Rayleigh de la cavité.
On a posé:

$$\varepsilon = \frac{1}{\pi}\left[Arctg\left(\frac{z_2}{z_R}\right) - Arctg\left(\frac{z_1}{z_R}\right)\right]$$

Les modes tels que p+q = constante sont dégénérés (résonnent pour la même longueur de cavité) à cause de la symétrie cylindrique du problème. Lorsque p+q est pair (p+q = 2n) (respectivement impair (p+q = 2n+1)), on parle de mode pair (respectivement impair).
Les modes transverses sont équidistants et les longueurs de résonance de la cavité pour les différents modes transverses d'une onde monochromatique de fréquence ν_0 sont représentées par le schéma suivant :



Transmission d'un Fabry Pérot quelconque éclairé par une onde monochromatique

Nous allons maintenant nous intéresser au cas particulier de la <u>cavité confocale</u>. On a alors :

$$R = d \quad z_R = d/2 \quad z_1 = -z_2 = d/2 \quad \text{et} \quad \varepsilon = 1/2$$

L'expression de la résonance de la cavité se simplifie :

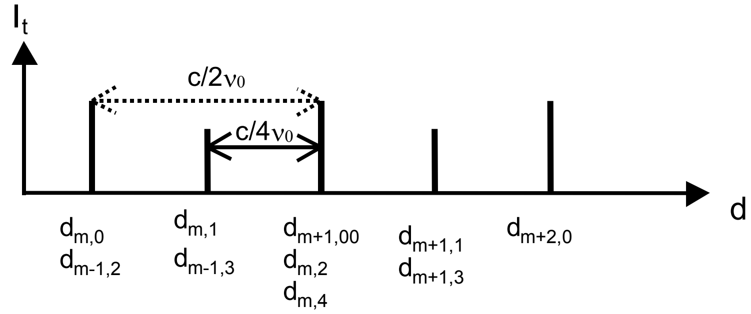
$$\nu = c/(2d)[m+(1/2)(p+q+1)]$$

Par conséquent, pour une cavité confocale de longueur fixe d_0, et une onde incidente décrite par un mode tranverse TEM_{pq} avec n=p+q, il est possible d'observer une résonance
-pour les modes pairs, lorsque la fréquence de l'onde vérifie $\nu^m_{2n} = c/(2d_0)[m+(1/2)(2n+1)]$
-Pour les modes impairs, lorsque la fréquence de l'onde vérifie $\nu^m_{2n+1} = c/(2d_0)[m+(n+1)]$
où m est un entier
L'intervalle de fréquence entre deux modes transverses successifs est donné par :

$$\nu^m_{2n+1}-\nu^m_{2n}=c/4d_0$$

$c/4d_0$ constitue l'intervalle spectral libre de la cavité confocale.

Lorsque l'on fait varier la longueur de la cavité et que l'on envoie une onde incidente monochromatique de fréquence ν_0, les modes transverses pairs résonnent pour des longueurs telles que $d^m_n=c/(2\nu_0)[m+(1/2)(2n+1)]$ et les modes impairs pour $d^m_n=c/(2\nu_0)[m+(n+1)]$. Les modes se regroupent donc par « paquets », successivement de modes pairs puis impairs, distants de $\Delta d=c/4\nu_0$. La cavité confocale présente donc une périodicité égale à $c/4\nu_0$. Le graphe de l'intensité transmise en fonction de la longueur de la cavité a donc l'allure suivante :



Transmission d'un Fabry-Perot confocal éclairé par une onde monochromatique

La dégénérescence des modes pairs d'une part, impairs d'autre part, dépend de façon très critique de la distance entre les 2 miroirs de la cavité Fabry-Perot : il faut être en position parfaitement confocale.

En envoyant dans le Fabry-Perot un faisceau laser dont la structure transverse correspond à une superposition de modes TEM_{pq} pairs, et de telle sorte que son front d'onde soit parfaitement adapté à la cavité, c'est-à-dire en jouant sur l'alignement, il est théoriquement possible d'éliminer les modes impairs et de ne conserver qu'une périodicité égale à c/2d. Mais ceci est très difficile à réaliser expérimentalement.

4. Cas du laser multimode (polychromatique)

- *Mesurer le temps minimum permettant d'observer deux résonances successives, c'est-à-dire correspondant à ($d_m^{(1)}$-$d_m^{(0)}$). A partir de la valeur théorique de l'intervalle spectral libre du Fabry-Perot, déduire $\Delta\nu_L$ (intervalle de fréquence entre deux modes longitudinaux du laser).*
  Comparer à la valeur théorique, connaissant la longueur L de la cavité.

- *Quelle est la finesse expérimentale de l'AM ? Quelle est alors la résolution spectrale du Fabry-Perot ?*

- *Lorsque le Fabry-Perot est parfaitement confocal, tous les modes pairs (respectivement impairs) résonnent pour les mêmes longueurs de cavité. Ceci n'est plus vrai lorsque la cavité n'est plus confocale*
  Pour s'en convaincre, allonger la distance entre les miroirs de l'AM de façon à lever la dégénérescence des modes transverses pairs et impairs. Puis revenir à la position confocale.